

---

# Seminário ‘Desagregación de datos utilizando técnicas de estimación de áreas pequeñas en Colombia’

21 de abril de 2023

## Estimación Para Áreas Pequeñas (EPAP): ¿cuándo y por qué?

**Pedro Silva**

---

## La era de los datos

Vivimos en una época en la que la disponibilidad y el acceso a los datos no tiene precedentes en la historia de la humanidad.

## La era de los datos

Vivimos en una época en la que la disponibilidad y el acceso a los datos no tiene precedentes en la historia de la humanidad.

THE WORLD IS  
CREATING  
AS MUCH DATA  
EVERY TWO-DAYS  
AS HAD BEEN CREATED  
BETWEEN THE  
DAWN  
OF CIVILIZATION  
AND 2003  
(ERIC SCHMITT, CEO, GOOGLE)

<http://www.data4sdgs.org/#news>

“Data in the world is  
doubling every 18  
months.”

<http://www-01.ibm.com/software/data/demystifying-big-data/>

## La era de los datos

Pero al mismo tiempo, la **demanda de datos** más detallados, frecuentes y sobre nuevos temas **también está creciendo**.

Holt, D.T. (2007). The official statistics Olympics challenge: Wider, deeper, quicker, better, cheaper. *The American Statistician*, 61(1, February), 1-8.

En el marco de la Agenda 2030 de la ONU, el imperativo de  
**‘No dejes a nadie atrás’**

Implica tener **estadísticas sobre grupos** y minorías que hoy son **‘invisibles’**.

Por estas razones, aumenta la necesidad de producir más estadísticas a partir de fuentes de datos existentes y/o de nuevas fuentes.

## Fuentes de datos

<p><b>Censos</b> – Encuestas exhaustivas de población; <b>caros; raros</b></p> <p><b>Encuestas por muestreo</b> – Muestras pequeñas; <b>barato; frecuente</b></p> <p><b>Registros administrativos</b> – <b>Acceso limitado; temas limitados; cobertura deficiente; barato; detallado</b></p>	<p><b>Planificado</b></p>
<p><b>Datos orgánicos</b> – <b>Acceso limitado; cobertura deficiente; nuevos temas; barato</b></p>	<p><b>No planificado</b></p>

## ‘Áreas pequenas’

Las **encuestas por muestreo** se planifican teniendo en cuenta algunos **dominios** de estimación.

En general, tamaños de muestra suficientes para estimar con precisión en los dominios de estimación identificados **a priori**.

Pero siempre hay demandas para estimar para **dominios no identificados a priori**.

Muchos grupos de interés no se consideraron dominios a los efectos de la planificación de muestras.

## Áreas pequeñas - Ejemplo

Brasil: Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua (PNADC)

‘Encuesta Nacional Continua por Muestreo de Hogares’

- Trimestral
- Muestra estratificada y conglomerada en 2 etapas

Estratos: 27 Unidades de la Federación (Departamentos)

Cabecera × Región Metropolitana × Restante

Urbana × Rural

Total: **142 estratos geográficos**

## Áreas pequenas - Ejemplo

Tabla 1 – Distribución de tamaños muestrales (2022\_4)

Resumen	Estratos geográficos		
	Rurales (65)	Urbanos (77)	Todos (142)
Mínimo	54	603	54
Q1	130	1.975	569
Mediana	526	3.389	2.269
Promedio	1.988	4.531	3.367
Q3	2.852	6.067	4.990
Máximo	14.653	19.961	19.961
Total muestra	129.192	348.899	478.091



## Áreas pequenas - Ejemplo

Tabla 2 – Distribución de tamaños muestrales × color/raza

Resumen	Estratos geográficos		
	'Pretos' (142)	'Amarelos' (122)	'Indígenas' (121)
Mínimo	2	1	1
Q1	62	4	5
Mediana	186	12	11
Promedio	329	23	21
Q3	414	29	25
Máximo	2.062	213	239
Total muestra	46.654	2.847	2.573
Estratos vacíos	0	20	21

## Áreas pequeñas - Ejemplo

Se desean estimaciones de resultados: Ocupado, Desocupado, Fuera de Fuerza

Luego las muestras para ‘Pretos’, ‘Amarelos’ y ‘Indígenas’ no permiten estimar directamente por color/raza para muchos estratos geográficos.

Los métodos para EPAP son necesarios.

Por el momento, el IBGE no publica estimaciones por estratos geográficos desagregados (ni siquiera por sexo), solo para los totales de los estratos.

# Métodos para Estimación Para Áreas Pequeñas

Muchos años de desarrollo (Fay y Herriot, 1979).

Métodos conocidos y reconocidos en muchos países.

Foco de varios proyectos de colaboración entre el mundo académico, los institutos nacionales de estadística y las organizaciones internacionales.

Esfuerzos para popularizar el uso de las técnicas:

- Guías, cursos, conferencias (desde 1992);
- UNSD Wiki SAE4SDG;
- Librerías de funciones R;
- Estadísticas experimentales etc.



SAE4SDG

SPACE SHORTCUTS

SAE4SDG

PAGE TREE

- Why is SAE important for SDG data
- › Producing SAE
- Communicating SAE methods and results
- › From SAE experiment to production
- › SAE practices
- Software packages
- SAE key readings
- Training materials
- SAE projects
- FAQ

Pages

## SAE4SDG

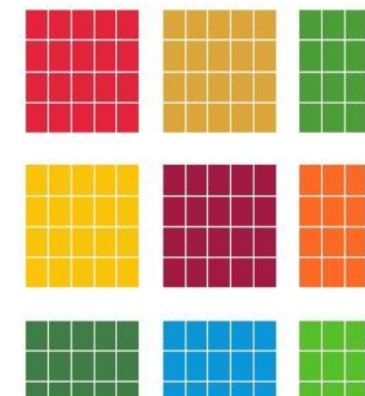
Created by UNSD Clarence Lio, last modified by Haoyi Chen on Apr 08, 2022



### Welcome to the Toolkit on Using Small Area Estimation for SDGs!

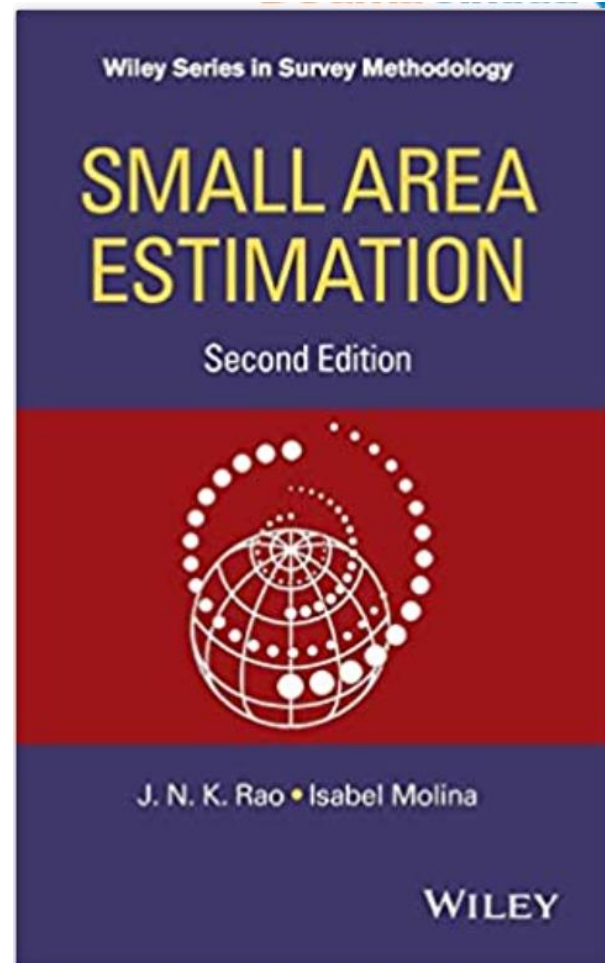
In committing to the realization of the 2030 Agenda for Sustainable Development, Member States recognized that the dignity of the individuals is fundamental and that the Agenda's Goals and targets should be met for all nations and people and for all segments of society. Ensuring that these commitments are translated into effective action requires a precise understanding of the target populations and progress made in addressing their particular priorities.

To properly measure this, statistics need to be presented for different population groups and geographical areas. The Sustainable Development Goal (SDG) indicator framework has included an overarching principle of data disaggregation: SDG indicators should be disaggregated where relevant by income, sex, age, race, ethnicity, migratory status,



<https://unstats.un.org/wiki/display/SAE4SDG/>

<p><a href="https://repositorio.cepal.org/handle/11362/44214">https://repositorio.cepal.org/handle/11362/44214</a></p>	<p><a href="https://www.unfpa.org/sites/default/files/pub-pdf/19-310_SAE_Brochure_A4-SINGLE-PROOF6.pdf">https://www.unfpa.org/sites/default/files/pub-pdf/19-310_SAE_Brochure_A4-SINGLE-PROOF6.pdf</a></p>	<p><a href="https://ec.europa.eu/eurostat/documents/3859598/10167610/KS-GQ-19-011-EN-N.pdf/3b56be5d-8266-0ee7-7579-7c3e8e63289d">https://ec.europa.eu/eurostat/documents/3859598/10167610/KS-GQ-19-011-EN-N.pdf/3b56be5d-8266-0ee7-7579-7c3e8e63289d</a></p>



J N K Rao y Isabel Molina (2015)



## 2022 International Methodology Symposium



**Statistics  
Canada**

### Data Disaggregation: Building a more-representative data portrait of society

Statistics Canada's 2022 International Methodology Symposium "Data Disaggregation: Building a more-representative data portrait of society" will take place virtually from November 2 to November 4, 2022, inclusively.



1. Small area estimation in the context of equity-deserving groups
2. Integrating multiple data sources (including those from probability and non-probability sources)
3. Innovation in methods for collection and analysis of data for hard-to-reach populations (questionnaire design, non-traditional sampling techniques, issues for rare populations, ...)
4. Adaptations of methods for traditional survey steps (such as sampling, imputation, estimation, coding, classification, measurement errors, record linkage, disclosure control, ...)
5. Methods for Data equity: Issues of ethics and privacy in the application of disaggregated data methods in official statistics
6. Methods for Data equity: Advances in analysis of populations that have been made vulnerable (such as Fair AI in data science, missing data analysis, ...)

## Aplicaciones pioneras en Brasil

**Los censos demográficos decenales** en Brasil han utilizado el muestreo para recopilar datos socioeconómicos desde 1960.

Las muestras se **estratifican por sección censal y se agrupan en 1 etapa** (extracción de 1 por K hogares por sector).

K varía entre: 2; 3; 4; 5; 10; 20.

**Todos los residentes** encuestados en los hogares seleccionados.

Los datos de estas muestras se utilizaron para estimar para áreas pequeñas, como municipios **pequeños**, y **áreas de ponderación** en los municipios más grandes.



## Aplicaciones pioneras

El **principal método de estimación** fue la **calibración de los pesos** para los totales de población calculados en los censos → método ‘directo’.

En el Censo de 1980, se produjeron **Tabulaciones Avanzadas** utilizando **estimadores sintéticos** – [IBGE \(1982\)](#); [García \(1986\)](#).

En comparación con la sofisticación metodológica actual, tales **aplicaciones** pueden clasificarse como **muy sencillas**.

Pero allanaron el camino para obtener EPAP o usar muestras pequeñas **antes** del procesamiento completo de los datos del censo.

## Censos de población

La tradición ha continuado en los últimos censos: los datos de la muestra se tabulan por **áreas de ponderación**, definidas para tener un tamaño mínimo de la muestra igual a 400 hogares.

No se han proporcionado estimaciones para áreas más pequeñas que las **áreas de ponderación** en el censo brasileño.

En el Censo Demográfico de 2010, Brasil se subdividió en **10.184 áreas de ponderación**, 4.443 de las cuales eran iguales a municipios enteros - [IBGE \(2016\)](#).

## Censos de población

# Grade Estatística permite obter dados do Censo 2010 para diversos recortes espaciais

Editoria: **Estatísticas Sociais**



16/03/2016 11h48 | Atualizado em 30/05/2019 15h03

*O IBGE disponibiliza hoje, em seu portal na internet, a Grade Estatística, que permite obter as informações sobre população (total e por sexo) e o total de domicílios do Censo Demográfico 2010 para diversos recortes espaciais, como regiões hidrográficas, biomas e unidades de relevo, ampliando as possibilidades de análise de dados. Isso é possível porque a Grade Estatística divide o território em células de 200 x 200 m nas áreas urbanas e 1 x 1 km nas áreas rurais, permitindo agregar os dados independentemente das divisões político-administrativas.*

<http://mapasinterativos.ibge.gov.br/grade/default.html>

## Mapa de Pobreza 2008

El IBGE (2008) publicó un **Mapa de la Pobreza por Municipios**, utilizando el método EPAP propuesto por **Elbers, Lanjouw y Lanjouw (2003)**.

**Idea central:** ajustar un modelo para explicar el gasto mensual per cápita de los hogares (GMPC) utilizando datos de la **Encuesta de Presupuestos Familiares (EPF) 2002/03**.

Luego usar el modelo ajustado en la EPF para predecir GMPC con datos de hogares individuales de **la Muestra del Censo de 2000**, y luego **estimar los indicadores de pobreza por municipios**.

## Mapa de Pobreza 2008

### Encuesta de presupuestos familiares

- Gasto medido con alta calidad
- Buena información auxiliar
- Muestra pequeña, diseñada para niveles agregados (50k)
- **No se puede estimar para municipios**
- Más actual

### Censo

- **No tienen datos de gastos**
- Buena información auxiliar
- Muestra muy grande (6,2 m)
- 
- Estimación para geografía detallada
- **Menos corriente**

## Mapa de Pobreza 2008

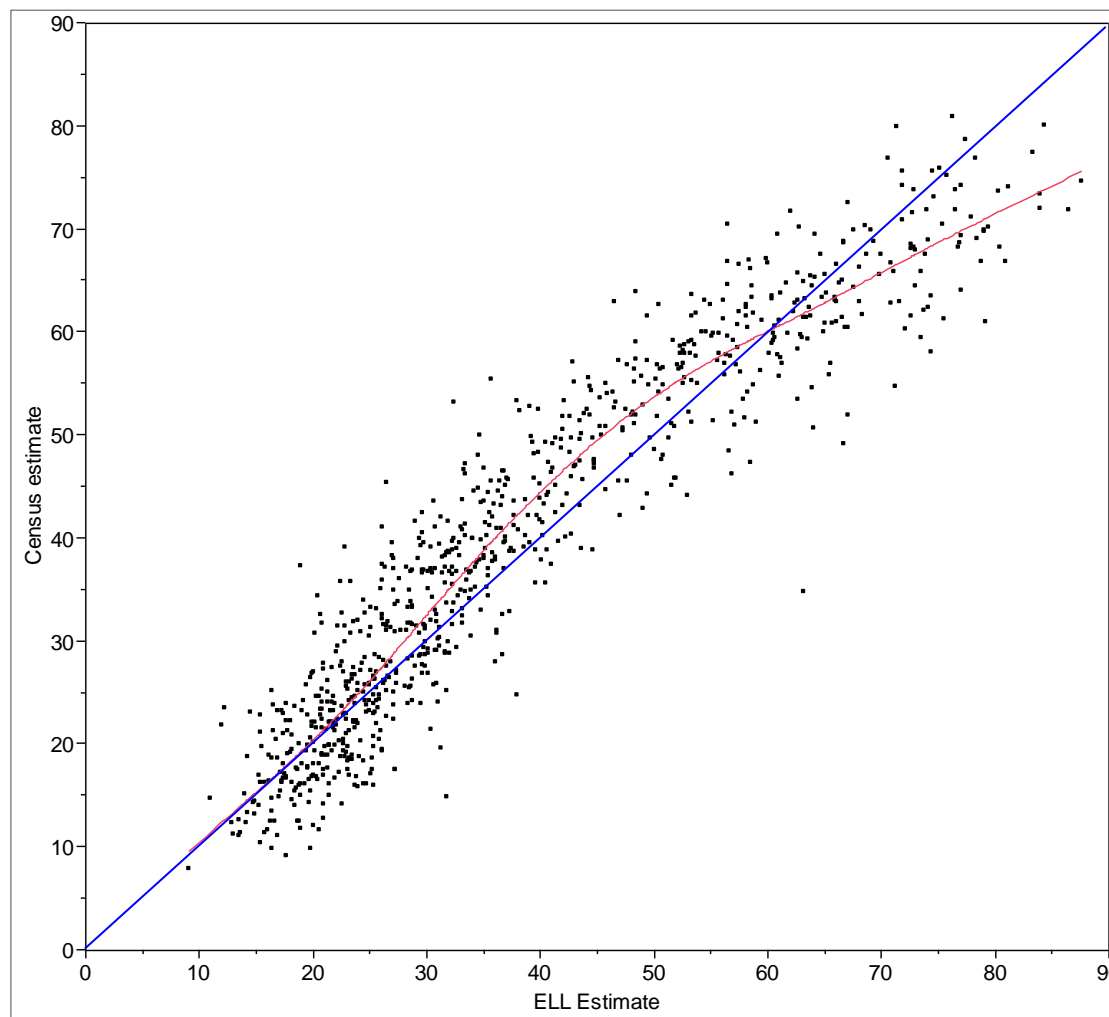
Evaluación de estimaciones realizadas utilizando el Censo Demográfico 2000 – [Cunha \(2007\)](#); [Antonaci, Silva y Moura \(2013\)](#).

Datos de GMPC utilizados para definir indicadores de pobreza.

Estado de Minas Gerais utilizado en la evaluación: 851 municipios, de los cuales sólo 150 tenían una muestra en el POF 2002/03.

Estimaciones EPAP del % de hogares **pobres** en comparación con las estimaciones directas obtenidas de la muestra del Censo.

# Figura 1 – % de Hogares pobres por municipio



## Mapa de Pobreza 2008

### Dificuldades:

1. Los datos de FOP son **poco frecuentes** (2002/03; 2008/2009; 2017/18).
2. Las estimaciones parecen estar **sesgadas**;
3. Los métodos utilizados pronto fueron superados – [Molina & Rao \(2009, 2010\)](#);
4. Computación pesada (en ese momento).

**Resultado:** la experiencia aún no se ha repetido.



## Acceso a Internet y propiedad de computadoras

**Encuesta TIC-Hogares** realizada anualmente por NIC.br.

**Muestra nacional de  $\approx 20.500$  hogares**, planificada para dar resultados por macrorregiones de **Brasil (NO, NE, SE, SU, CO)**.

**Nuevos dominios de interés:** estimaciones para Unidades de la Federación (27).

**Problema:** la muestra es pequeña en los estados de las regiones NO y CO, por razones de costo.

**Coelho et al (2020).**

## Acceso a Internet y propiedad de computadoras

Estudio con métodos de EPAP:

1. Utilizó datos de las encuestas de 2014 y 2015;
2. Tres métodos:
  1. Estimador compuesto: UF + macrorregión;
  2. Acumulación de muestras de 2 años («pooling»);
  3. Acumulación de muestras a 2 años + estimador compuesto UF + macrorregión.
3. Evaluación de estrategias en comparación con las estimaciones de la PNAD 2015 y de las estimaciones de RMSE.

## Acceso a Internet y propiedad de computadoras

Estimador compuesto intra-anual

$$\hat{\theta}_d^C = \varphi_d \hat{\theta}_d + (1 - \varphi_d) \hat{\theta}_{R(d)}$$

$\hat{\theta}_d$  es una estimación directa para la UF  $d$ ;

$\hat{\theta}_{R(d)}$  es una estimación directa para el macrorregión que contiene la UF  $d$ ;

$\varphi_d$  es el peso de la estimación directa de la UF  $d$ .

**Idea nueva:** ponderación derivada considerando indicadores  $R$  de la representatividad de la muestra de cada UF.

## Acceso a Internet y propiedad de computadoras

Estimador utilizando acumulación de muestras

$$\hat{\theta}_d^A = \frac{1}{2} [\hat{\theta}_d^{t-1} + \hat{\theta}_d^t]$$

$\hat{\theta}_d^t$  es una estimación directa para UF  $d$  en el año  $t$ .

Estimador compuesto mediante acumulación de muestras

$$\hat{\theta}_d^{AC} = \varphi_d \hat{\theta}_d^A + (1 - \varphi_d) \hat{\theta}_{R(d)}^A$$

$\hat{\theta}_{R(d)}^A$  es una estimación para el macrorregión que contiene la UF  $d$  obtenido mediante la combinación de muestras de dos años.

## **Acceso a Internet y propiedad de computadoras**

**Resultado:** como era de esperar, el método que combina muestras de dos años con el estimador compuesto parece haber proporcionado mejores estimaciones.

Estimaciones aún no publicadas pero distribuido bajo petición.

Disponibile para cada dos años: 2014-15; 2015-16; 2016-17; 2017-18; 2018-19.

## Estimaciones de población por municipios

Assunção (2002) comparó varios métodos para proyectar/estimar **la población total por municipios** en Brasil.

**El Método Bayesiano Espacial** propuesto en el estudio mostró resultados superiores a los métodos utilizados por el IBGE y otros con los que fue comparado.

Desafortunadamente, el **método no fue adoptado** por el IBGE para la producción de estimaciones de población municipal.

**Razones principales:** metodología sofisticada; software genérico no disponible; equipos responsables inseguros.

## **Estimaciones de población por 'barrios'**

Pitta, Dini y Jannuzzi (2010) produjeron estimaciones anuales de población, para el período de 2001 a 2010, por sexo y grupos de edad, para cerca de 400 áreas pequeñas ('barrios') definidas para el municipio de São Paulo.

Modelaron proporciones de la población total en cada "barrio", utilizando información auxiliar de "variables sintomáticas".

Sin embargo, las estimaciones de población nunca se han publicado como estadísticas oficiales.

## Fecundidad por municipios

Cavenaghi et al. (2004) + Assunção et al. (2005) obtuvieron estimaciones **de las tasas brutas de fecundidad por municipios** para Brasil.

Utilizaron un **Método Bayesiano Empírico** para producir un estimador compuesto, donde la estimación directa del municipio se combinó con la estimación de un vecindario local del municipio.

El método fue evaluado como exitoso, pero nunca fue adoptado en la elaboración de estimaciones oficiales de fecundidad en los municipios.



## Mortalidad infantil por municipios

**Silva (2015)** estimó **las tasas de mortalidad infantil** por municipios del estado de Pernambuco utilizando **un Modelo Lineal Generalizado Mixto**.

Datos de registros administrativos, pero sujetos a variación estocástica debido a eventos raros de poblaciones pequeñas.

Variables predictivas consideradas a partir de los Censos Demográficos y fuentes administrativas.

El modelo se ajusta bien a los datos.

El método parece superar la estrategia habitual de usar promedios móviles de tres años para suavizar las tasas.

## Datos sobre servicios por actividad

Moura, Neves y Silva (2017) y Neves, Silva y Moura (2020) estimaron variables económicas totales utilizando datos de la Encuesta Anual de Servicios para 104 dominios definidos por UF × Actividad.

El método utilizado es a nivel de dominio y se basa en la distribución normal asimétrica, ya que los datos tienen una fuerte asimetría.

**Resultados prometedores:** el método propuesto redujo los coeficientes de variación en aproximadamente el 92,3% de los dominios.

## Datos más frecuentes sobre la pobreza

El IBGE publica estimaciones de pobreza sólo una vez al año, con base en la muestra acumulada del PNADC.

Motivo: Los datos de ingresos totales solo se recopilan de los hogares en su primera o quinta visitas.

Cada trimestre, solo el 40% de la muestra disponible para estimar los indicadores de pobreza.

Sin embargo, los datos de ingresos laborales se recopilan de todos los hogares.

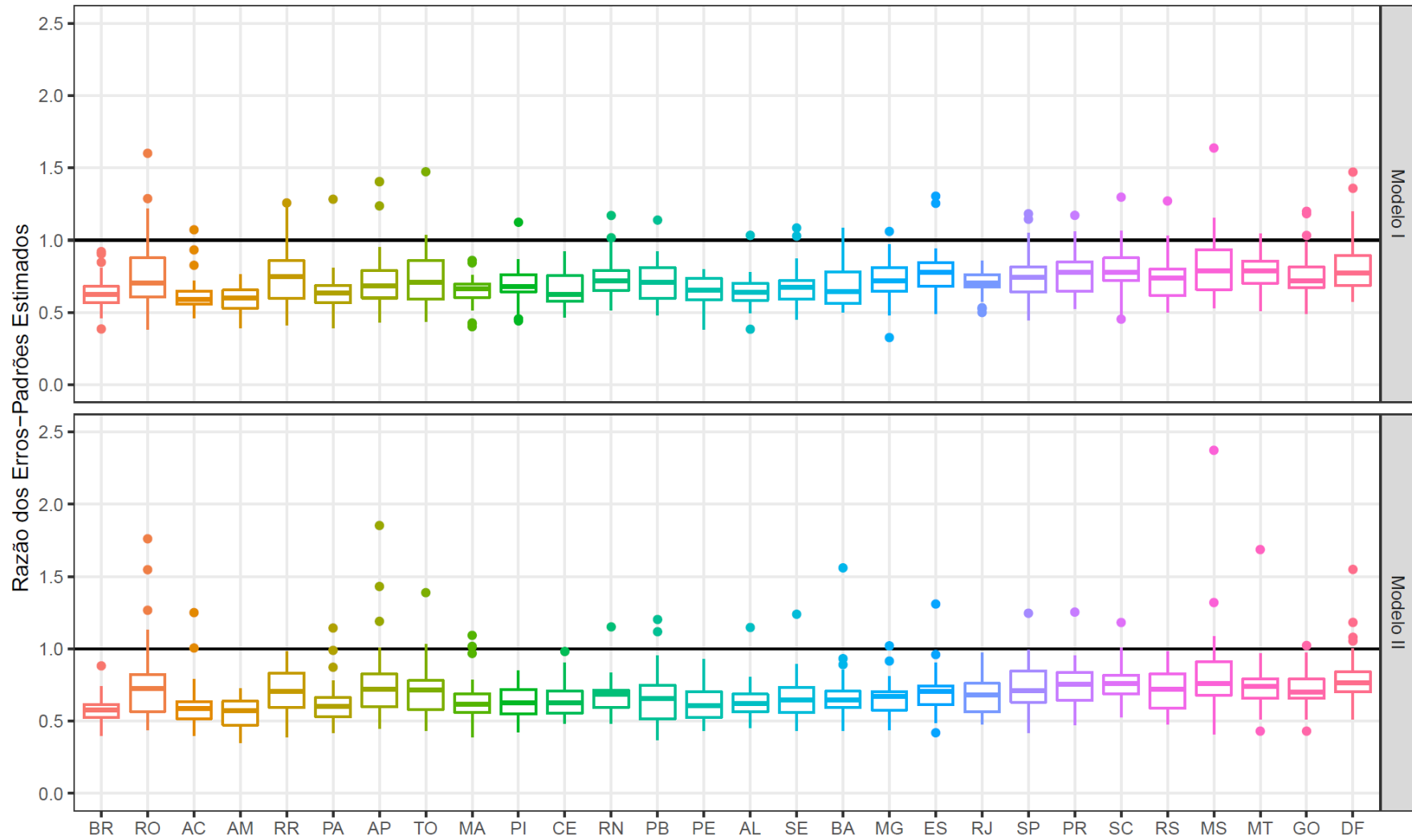
Jacob y Silva (2022) há propuesto métodos para estimar los indicadores de pobreza basados en el PNADC por trimestre.

## **Datos más frecuentes sobre la pobreza**

La idea es imputar los indicadores de pobreza de los hogares que no tienen los datos de ingresos totales recopilados.

Muchos hogares son imputados como "no pobres" cuando los ingresos laborales ya permiten esta imputación determinista.

Para los demás, se realiza imputación múltiple del indicador de pobreza, utilizando las réplicas para estimar la incertidumbre.



# Datos más frecuentes sobre desempleo

Estimación de indicadores basados únicamente en los casos encuestados en el mes de referencia



ORIGINAL ARTICLE

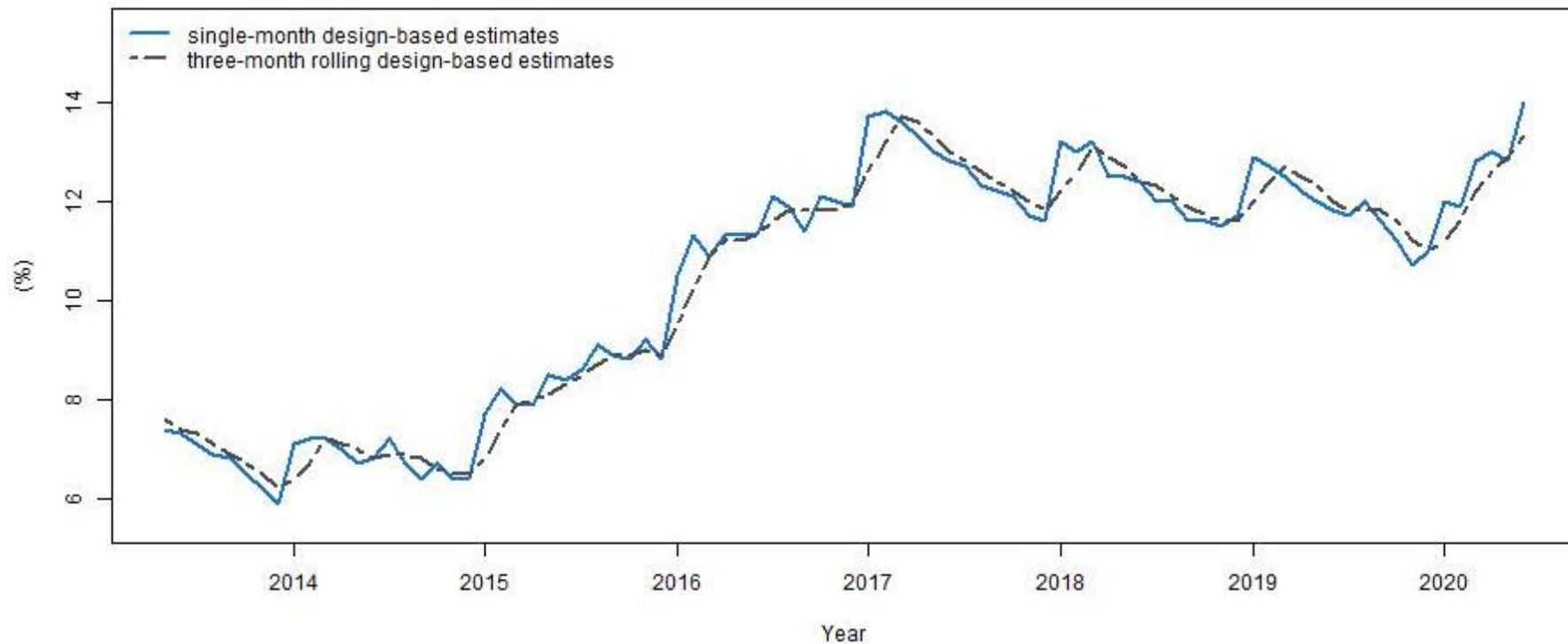
Single-month unemployment rate estimates for the Brazilian Labour Force Survey using state-space models

Caio Gonçalves ✉, Luna Hidalgo, Denise Silva, Jan van den Brakel

First published: 20 November 2022

<https://doi.org/10.1111/rssa.12914>

## Tasa nacional de desempleo: estimación directa × modelos



## Estado del arte en Brasil

No hay **aplicaciones regulares** de métodos para EPAP en la producción de estadísticas oficiales.

Las presiones han aumentado para:

1. Producción de estimaciones más detalladas para monitorear los indicadores de los ODS;
2. Contención de costos o reducción de recursos a disposición de las agencias que producen información oficial;
3. Ampliación del uso de nuevas fuentes de datos para la producción de información.



## Dificuldades y barreras (¿en Brasil?)

1. Los métodos para EPAP dependen de modelos sofisticados;
2. Datos auxiliares de buena calidad, y correlacionados con variables de interés no siempre están disponibles;
3. Escasez de software "genérico".  
→ ¡No más!

## Dificuldades y barreras en Brasil

4. Capacidad estadística limitada en los organismos productores.  
→ ¡No más!
5. Falta de estudios de evaluación concluyentes de los esfuerzos ya realizados para obtener y publicar estimaciones para áreas pequeñas.
6. Los productores de estadísticas oficiales tienen "aversión al riesgo".

## Oportunidades (¿en Brasil?)

Una aparente contradicción representa la existencia de **oportunidades** para las aplicaciones EPAP en Brasil.

La capacitación técnica de los equipos ha aumentado.

Herramientas de software "genéricas" para EPAP:

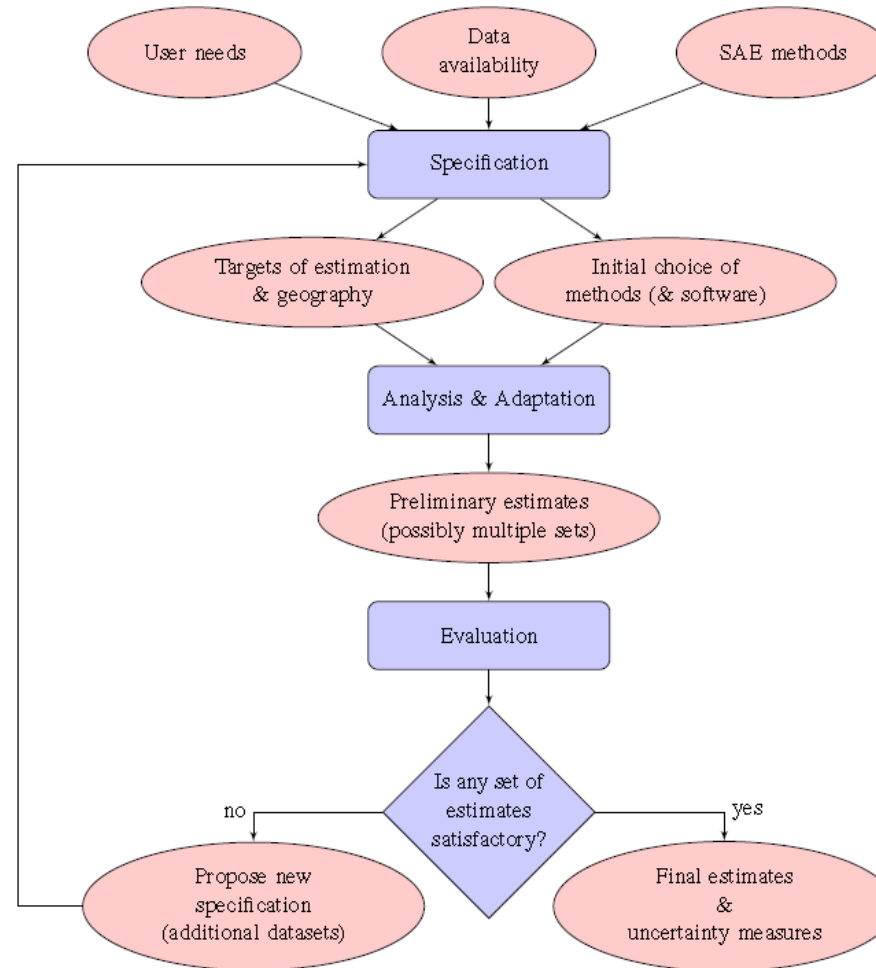
## Small Area Estimation

- [sae](#) provides functions for s and composite estimators.
- [rsae](#) provides functions to e estimation. On the basis of
- [emdi](#) provides functions th: Empirical Best Prediction, a suitable presentation of es
- [hbsae](#) provides functions to information can be either c
- [BayesSAE](#) provides Bayesi
- [SAEval](#) provides diagnostic
- [mind](#) provides multivariate
- [JoSAE](#) provides point and basically provides wrapper

[sae](#) (Molina y Marhuenda, 2015)

<https://cran.r-project.org/web/views/OfficialStatistics.html> - Third part.

# Protocolo para aplicaciones (Tzavidis et al. 2018)



## **Protocolo de evaluación externa de rutina (PEER)**

Dorfman (2018) propone adoptar PEER como una forma de protección contra solicitudes insatisfactorias de EPAP.

“Current practice in small area estimation makes us vulnerable to our using very elegant and persuasive techniques that leave us in the dark as to whether they are actually working in the particular survey to which they are applied. This is a serious matter, especially because small area estimates are often used to make judgments on funding and other matters important to the body politic.”

## Protocolo de evaluación externa de rutina (PEER)

1. Para cada situación de investigación en la que se requiera EPAP, debe extraerse una **muestra independiente** de áreas (dominios) para utilizarla en la evaluación de EPAP.
2. En estas áreas, deben estudiarse muestras «locales» de tamaño suficiente para producir **estimaciones directas** de buena calidad.
3. Los datos de estas muestras deben utilizarse para evaluar la calidad de los EPAP utilizando las medidas de diagnóstico propuestas.
4. Al final, las muestras locales se pueden combinar con la muestra inicial para mejorar las estimaciones.

Gracias por su atención.



## Referencias

Antonaci, Giuseppe; Silva, P. L. d. N.; Moura, F. A. S.. A comparison of methods to estimate poverty indexes in small samples. Hong Kong: Proceedings of the World Statistics Congress, International Statistical Institute, 2013.

Assunção, R.M.; Schmertmann, C.P.; Potter, J.E.; Cavenaghi, S.M. Empirical Bayes estimation of demographic schedules for small areas. Demography. v. 42, n. 3, p. 537-558. 2005.

Barbosa e Silva, C. J.. Comportamento da mortalidade infantil e suas componentes etárias nos municípios de Pernambuco. Escola Nacional de Ciências Estatísticas, 2015. 173 p.

Cavalcante, C. V.. Estimação em Pequenas Áreas para o Acesso às Tecnologias de Informação e Comunicação na Pesquisa TIC Domicílios. Escola Nacional de Ciências Estatísticas, 2016. 119 p.

Cavenaghi, S. et al. Estimating Total Fertility Rates for Small Areas in Brazil. XIV Encontro Nacional de Estudos Populacionais, ABEP, Caxambu, 2004. 28 p.

Coelho, I. B.; Pitta, M. T.; Silva, P. L. d. N. (2020). Estimating state level indicators from ICT household surveys in Brazil, *Statistical Journal of the IAOS* 36, 495–508.

Cunha, M. B. A. M. D.. Mapas de Pobreza: Avaliação da Metodologia e de sua aplicação para retratar a pobreza no Rio Grande do Norte. Escola Nacional de Ciências Estatísticas, 2007. 160 p.

Dorfman, A. H. Towards a Routine External Evaluation Protocol for Small Area Estimation. *International Statistical Review* v. 86, n. 2, p. 259–274, 2018.

Elbers, C.; Lanjouw, J. O.; Lanjouw, P.. Micro–Level Estimation of Poverty and Inequality. *Econometrica* v. 71, n. 1, p. 355–364, 2003.

Garcia, R. M.. *Estimação em pequeno domínio*. Rio de Janeiro, 1986. 66 p. Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA.

Ghosh, M.; Myung, J.; Moura, F. A. S. *Robust Bayesian small area estimation*. *Survey Methodology* v. 44, n. 1, p. 101–115, 2018.

Holt, D.T. (2007). The official statistics Olympics challenge: Wider, deeper, quicker, better, cheaper. *The American Statistician*, 61(1, February), 1-8.

IBGE. Tabulações avançadas do Censo Demográfico. Rio de Janeiro, Brasil: IBGE, 1982. 160 p.

IBGE. Mapa de pobreza e desigualdade: municípios brasileiros 2003. Rio de Janeiro, Brasil: IBGE, 2008.

IBGE. Metodologia do Censo Demográfico 2010, 2a edição. Rio de Janeiro, Brasil: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 2016. 711 p.

Jacob, G. A. P. y Silva, P. L. d. N. (2022). Estimativas trimestrais da taxa de pobreza com a PNAD Contínua usando Imputação Múltipla.

Molina, I.; Marhuenda, Y. sae: An R Package for Small Area Estimation. The R Journal v. 7, n. 1, p. 81–98, 2015.

Molina, I.; Rao, J. N. K. Small Area Estimation of Poverty Indicators. Small Area Estimation Conference. Elche, Spain, 2009.

Molina, I.; Rao, J. N. K. Small area estimation of poverty indicators. The Canadian Journal of Statistics, v. 38, n. 3, p. 369–385, 2010.

Moura, F. A. S.; Neves, A. F.E.; Silva, D. B. D. N. . Small area models for skewed Brazilian business survey data. *Journal of the Royal Statistical Society - Series A - Statistics In Society*, v. 180, p. 1039-1055, 2017.

Neves, A. F. A. ; Silva, D.B.N. ; Moura, F.A.S. Skew normal small area time models for the Brazilian annual service sector survey. *Statistics in Transition new series*, vol. 21, pp. 84-102 , 2020.

Pitta, M. T.; Dini, N. P.; Jannuzzi, P. D. M.. Modelos para produção de estimativas demográficas para bairros e domínios intraurbanos: a experiência para o município de São Paulo. XVII Encontro Nacional de Estudos Populacionais, ABEP, Caxambu - MG 13 p., 2010.

Rao, J. N. K. y Molina, I. (2015). *Small Area Estimation*, 2nd edition. Wiley.

Tzavidis, N. et al. From start to finish: a framework for the production of small area official statistics. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A: Statistics in Society* v. 181, n. 4, p. 927–979, 2018.